

RSA入门总结

原创

薛定谔的呱  于 2019-02-23 20:42:07 发布  184  收藏

分类专栏: [ctf](#) 文章标签: [ctf crypto](#)

版权声明: 本文为博主原创文章, 遵循 [CC 4.0 BY-SA](#) 版权协议, 转载请附上原文出处链接和本声明。

本文链接: https://blog.csdn.net/qq_36360189/article/details/87896865

版权



[ctf 专栏收录该内容](#)

2 篇文章 0 订阅

订阅专栏

title: RSA入门总结

date: 2017-11-13 03:14:43

tags: CRYPTO

RSA

...先简单说一下rsa相关的东西。

RSA 算法的可靠性由其极大整数因数分解的难度决定。

也就是说, 极大整数做因数分解愈困难, RSA 算法愈可靠。

在还没找到一种快速因数分解的算法之前, rsa加密还是很可靠的。目前短的 RSA 密钥可能被强力方式破解。而只要密钥长度足够长, 用RSA加密的信息实际上是不能被解破的。

最近稍微看了一下相关的东西。然后整理了一下。

a^b 是a的b次方...忘了应该怎么打出来了orz...

RSA算法涉及到的参数:

p : 大质数p

q : 大质数q

n : $n=p*q$

欧拉函数:

$\phi(n) = \phi(p) * \phi(q) = (p - 1)(q - 1) = n - (p + q - 1)$

e : encryption key (public key) (又称加密指数)

d : decryption key (private key) e对于 $\phi(n)$ 的模反元素即e模 $\phi(n)$ 的逆元

m: message ($m < n$), 明文。

c : ciphertext, $c \equiv m^e \pmod{n}$, 即密文

加密过程:

1.随机选择两个不相等的质数p和q。

2.计算p和q的乘积n。

n的长度就是密钥长度。

如n为3233写成二进制是110010100001，一共有12位，所以这个密钥就是12位。（实际应用中，RSA密钥一般是1024位，重要场合则为2048位。）

3.计算n的欧拉函数 $\varphi(n)$

$$\varphi(n) = (p-1)(q-1)$$

4.随机选择一个整数e，条件是 $1 < e < \varphi(n)$ ，且e与 $\varphi(n)$ 互质，将e作为公钥。

5.计算e关于 $\varphi(n)$ 的模反元素d，作为私钥。

计算过程:

模反元素即模逆元（参考离散数学或者信安数学基础或者百科学习）

简单来说，就是一个整数d可以使ed乘积被 $\varphi(n)$ 除的余数为1:

$$ed \equiv 1 \pmod{\varphi(n)} \quad (\text{也就是 } ed \% \varphi(n) = 1)$$

即求解

$ed + \varphi(n)x = 1$ （x未知，但是求得e和 $\varphi(n)$ 就可以通过扩展欧几里得算法得到d的值，具体可以参考最底下ctf中rsa题目解析第二个链接。）

公开e，保留d。

公钥为(n,e)，私钥为(n,d)

针对明文M，进行加密： $C = (M^e) \% n$ ，得到的C即为密文

针对密文C，进行解密： $M = (C^d) \% n$ ，得到的M即为明文

而在ctf比赛里，一般会给出n值和e值，然后可以在**<http://factordb.com>**或者大质数分解工具里因式分解，得到p，q。然后通过p，q算出 $\varphi(n)$ 。通过 $\varphi(n)$ 和e，算出d。

jarvis oj一道简单的rsa: veryeasyrsa

已知RSA公钥生成参数:

```
p = 3487583947589437589237958723892346254777
q = 8767867843568934765983476584376578389
e = 65537
```

求d

py脚本如下。

modinv函数就是求模逆的函数。

```

import math

def egcd(a, b):
    if a == 0:
        return (b, 0, 1)
    else:
        g, y, x = egcd(b % a, a)
        return (g, x - (b // a) * y, y)

def modinv(a, m):
    g, x, y = egcd(a, m)
    if g != 1:
        raise Exception('modular inverse does not exist')
    else:
        return x % m

p = 3487583947589437589237958723892346254777
q = 8767867843568934765983476584376578389
e = 65537
d = modinv(e, (p - 1) * (q - 1))
print d

```

明文就是 $m = \text{pow}(c, d, n)$

(ps.当 $e=1$ 时, $c \equiv m \pmod n$, 因为 n 远大于 c , $m=c$.也就是明文密文是一样的.实际上没加密.)

有的时候, 会出现多个 n 的公约数分解.

比如给了2个 n (n_1, n_2), q 的值相同 (而 p 不同所以有多个 n), e 的值和密文 c . py脚本如下:

```

def gcd(a, b):
    if a < b:
        a, b = b, a

    while b != 0:
        temp = a % b
        a = b
        b = temp

    return a

n1=...
n2=...

p = gcd(n1, n2)

print p, "\n\n", n1 // p

```

就可以算出 q 的值啦。

也就是最后输出的 n_1 除以 p 。

老方法, 知道 p, q 就知道 $\phi(n)$ 。通过 $\phi(n)$ 和 e , 算出 d 。

其他:

一般题目不会直接给参数, 可能给比如pem文件 (后缀`.enc/.pem`), 可以通过linux下`openssl`命令提取。linux下命令:

`openssl rsa -pubin -text -modulus -in warmup -in 喵.pem`

和

`openssl rsautl -encrypt -in FLAG -inkey public.pem -pubin -out 喵.enc`

在 p , q 的取值差异过大, 或者 p , q 的取值过于相近的时候, Format算法与Pollard rho算法都可以很快将 n 分解成功。

(利用开源项目yafu可以自动化实现, 语句直接: `factor(n)`)

也可以通过linux下的openssl命令提取。

RSA入门级别的大概就这样...

以后大概会补充后续? ...

学习了之后的感受是...

我, 我以后一定好好听数学课! (ry

具体算法解析:

http://www.ruanyifeng.com/blog/2013/07/rsa_algorithm_part_two.html

关于rsa公钥指数:

<http://blog.csdn.net/hherima/article/details/52461759>

关于ctf中rsa的题目解析:

<http://bobao.360.cn/learning/detail/3058.html>

(算法思路)

http://blog.csdn.net/qq_18661257/article/details/54563017

<http://blog.csdn.net/veritas501/article/details/55257957>

(常见类型)

yafu使用:

<http://www.mamicode.com/info-detail-1999309.html>



[创作打卡挑战赛](#) >

[赢取流量/现金/CSDN周边激励大奖](#)